פתרון בדידה 1 סמסטר א' תשפ"ה – מועד א'

- **יש לנמק היטב את כל תשובותיכם!**
- ענו על כל השאלות.
- משך המבחן: 3 שעות.

1. א. (12 נק') מצאו את צורת ה-DNF של הפסוק:

$$(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge ((p \to q) \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$$

<u>פתרון</u>: כמובן, אפשר עם טבלה.

דרך אחרת – אחרי כלל הגרירה בפסוק האמצעי, מקבלים:

$$(p \vee q \vee r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$$

וזו צורת CNF; אפשר להפוך אותה ל-DNF לפי האלגוריתם שמופיע בחוברת בעמוד 21, וזה גם הפסוק

שמופיע שם; הפסוק שמקבלים הוא:

$$(\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r)$$

ב. (13 נק') נתון פסוק שצורת ה-CNF השלמה שלו היא:

$$(a \vee \neg b \vee c \vee \neg d) \wedge (\neg a \vee b \vee \neg c \vee d) \wedge (\neg a \vee b \vee c \vee \neg d) \wedge (a \vee \neg b \vee \neg c \vee d)$$

הוכיחו או הפריכו: הפסוק $((a \uparrow b) \uparrow (c \uparrow d)) \to A$ הוא טאוטולוגיה.

<u>פתרון:</u> זו שאלה 1 האמריקאית ממבחן מועד א' של אביב תשע"ט; זו אכן טאוטולוגיה.

2. תהיינה A, B, C קבוצות. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות; **לא ניתן להוכיח באמצעות טבלת אמת.**

א. (12 נק') $A\Delta\,(B \cap C) = (A\Delta B) \cap (A\Delta C)$.

<u>פתרון:</u> זה סעיף ו' משאלה 3 בעמוד 115 בחוברת, הפתרון נמצא בפתרון מטלה 8.

ב. (13 נק') $A\Delta\,(B \times C) = (A\Delta B) \times (A\Delta C)$.

<u>פתרון:</u> זו הפרכה, למשל $A = B = C = \{1\}$ נותנות מצד אחד:

$$A\Delta\,(B \times C) = \{1\}\,\Delta\,(\{1\} \times \{1\}) = \{1\}\,\Delta\,\{(1,1)\} = \{1, (1,1)\}$$

ומצד שני:

$$(A\Delta B)\times(A\Delta C)=(\{1\}\,\Delta\,\{1\})\times(\{1\}\,\Delta\,\{1\})=\emptyset\times\emptyset=\emptyset$$

3. תהי A קבוצה ויהיו R,S,T יחסים מעל A. הוכיחו או הפריכו את הטענות הבאות.

א. (12 נק') $R\left(S\cap T\right)=RS\cap RT$.

<u>פתרון:</u> זו הפרכה, מהחוברת וממגוון מבחני עבר...למשל:

$$A=\{1,2,3\}\,,\;\;R=\{(1,2)\,,(1,3)\}\,,\;\;S=\{(2,1)\}\,,\;\;T=\{(3,1)\}$$

כך, מצד אחד, $RS=RT=\{(1,1)\}$ וכך: $RS\cap RT=\{(1,1)\}$.

מצד שני: $S\cap T=\emptyset$, ולכן $R\left(S\cap T\right)=\emptyset$.

ב. (13 נק') אם R,S אנטי-סימטריים, אז RS אנטי-סימטרי.

<u>פתרון:</u> הפרכה, למשל: $R=\{(1,1)\,,(2,3)\}\,,\;\;S=\{(1,2)\,,(3,1)\}$ נותנים: $RS=\{(1,2)\,,(2,1)\}$.

4. על הקבוצה $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ נגדיר יחס S באופן הבא:

$$\forall\,(a,b)\,,(c,d)\in\mathbb{N}\times\mathbb{N}:((a,b)\,,(c,d))\in S\leftrightarrow(a\neq c\wedge a\mid c)\vee(a=c\wedge b\mid d)$$

א. (12 נק') הוכיחו שהקבוצה $(\mathbb{N}\times\mathbb{N},S)$ קס"ח.

ב. (8 נק') נסמן: $A=\{2,3,6\}\times\{5,10\}$. ציירו דיאגרמת הסה של (A,S).

ג. (5 נק') מצאו את כל האיברים המינימליים ב-(A, S).

<u>פתרון:</u> זו שאלה 2 ממועד ב' של אביב תשע"ט.